Львівський національний університет імені Івана Франка

"Затверджую" xx.xx.2026 р.

Ректор _____

N особової справи _____Варіант_____

НАПРЯМ “СТАТИСТИКА”

Вказівки: Розв'яжіть завдання і в дужках (.....) запишіть відповіді десятковим дробом. У випадку кількох вірних відповідей запишіть номери правильних варіантів у порядку зростання без розділових знаків. Ваші відповіді також запишіть у відповідних клітинках талону відповідей. Виправлення відповідей у завданні та в талоні не допускається.

1.(.....)
Визначити кількість цілих розв’язків нерівності $3/(x + 2) \geq 1$.

2.(.....)
Визначити величину координатного кута афінної системи координат, якщо відстань між точками $A(10; -4)$ і $B(7; -1)$ дорівнює 3. Відповідь записати у градусах.

3.(.....)
Обчислити границю послідовності $x_n = n \sin(\pi n) /(n + 1)$.

4.(.....)
Серед кількох функцій вибрати непарні
1) $y = x/(1 - x^2)$; 2) $y = x^2 - x$; 3) $y = \ln(x + 1)$; 4) $y = \operatorname{arcsh}(x)$; 5) $y = x^2|x|$.

5.(.....)
Обчислити $\lim\limits_{x\to 0} x \sin x \operatorname{ctg} x^2$.

6.(.....)
Знайти значення третьої похідної функції $f(x) = (x - 1)^3 \ln x$ у точці $x = 1$.

7.(.....)
Чому дорівнює косинус кута між градієнтами скалярного поля $u = -\ln(x / y)$ у точках $M(1,2)$ і $N(2,1)$?

8.(.....)
Обчислити об’єм тіла, обмеженого поверхнею $(\pi^2 x^2 + y^2/4)^2 + \pi^2 z^2 = 1$.

9.(.....)

Знайти вимірність ортогонального доповнення до підпростору U = L(a_1, a_2, a_3) простору C^4, якщо $a_1 = (1, 1, i, -i)$; $a_2 = (0, i, i, 1)$; $a_3 = (1, 0, -1 + i, 0)$.

10.(.....)

Розв'яжіть матричне рівняння і у поле відповідей запишіть слід матриці X

$$\begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 4 & 5 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$$

11.(.....)

Запишіть номери всіх правильних тотожностей у зростаючому порядку:

1) $A\times(B\cup C)=(A\times B)\cap(A\times C)$.
2) $A\cup(B-C)=(A\cap B)-(A\cap C)$.
3) $A\times B=B\times A$.
4) $(A-B)\cup(B-A)=(A\cup B)-(A\cap B)$.
5) $A\cup(B\cap C)=A\cap(B\cup C)$.

12.(.....)

Знайдіть всі попарно не ізоморфні абелеві групи порядку 40 і у поле відповідей запишіть їх кількість.

13.(.....)

Яке з наведених рівнянь є диференціальним рівнянням Клеро?

1) $y = xy' - \sin y^2$;
2) $y = xy' - \sin(y')^2$;
3) $y' = xy - \sin(y')^2$;
4) $y = xy' - \sin(xy')^2$.

14.(.....)

Знайти розв'язок $y = y(x)$ задачі Коші $(2y - \cos x)\,dx + (x-1)\,dy = 0$, $y(\pi) = 0$.

У відповідь записати значення $y(0)$.

15.(.....)

Який канонічний вигляд має рівняння $5u_{xx} + u_{yy} + 5u_{zz} + 4u_{xy} - 2u_{yz} = 0$. Варіанти відповідей:

1) $v_{\xi\xi} + v_{\eta\eta} + v_{\omega\omega} = 0$;
2) $v_{\xi\xi} + v_{\eta\eta} - v_{\omega\omega} = 0$;
3) $v_{\xi\xi} + v_{\eta\eta} = 0$;
4) $v_{\xi\xi} - v_{\eta\eta} = 0$.

16.(.....)

Яка з наведених функцій є уявною частиною аналітичної функції $f(x+iy)=u(x;y)+iv(x;y)$, якщо її дійсна частина $u(x;y)=x^2-y^2+7x$?

1) $v(x;y)=4yx+7y$;
2) $v(x;y)=2x-2y+7$;
3) $v(x;y)=2yx+7y$;
4) $v(x;y)=y^2-x^2+7y$;
5) жодна.

17.(.....)

Множина у метричному просторі за означенням є компактною в собі, якщо:

1) кожна послідовність точок множини містить фундаментальну підпослідовність;
2) кожна послідовність точок множини містить збіжну підпослідовність; 3) кожна послідовність точок множини містить збіжну підпослідовність, що збігається до деякого елемента множини; 4) для кожного ε>0 існує скінченна ε-сітка для множини; 5) кожне покриття множини є скінченним.

18.(.....)

Знайти μ_1-міру множини $A=[-1,2]\setminus\left(\bigcup_{n=0}^{\infty}[n,n+\frac{1}{2^n}]\right)$.

19.(.....)

Кубик кидають двічі. Яка ймовірність p того, що випаде принаймні одна "шістка", якщо відомо, що сума очок, що випали, дорівнює 10? У талон відповідей записати значення $3p$.

20.(.....)

Спортсмен влучає в мішень. Імовірність влучання в мішень при одному пострілі дорівнює 0,4. Випадкова величина ξ=0,1,2,… – кількість пострілів до першого влучання. Знайти математичне сподівання випадкової величини 4ξ.

21.(.....)

Методом максимальної правдоподібності оцінити невідомий параметр λ розподілу Пуассона $Pu(\lambda)$, якщо задана реалізація вибірки

2	3	0	1	0	1	1	2	2	1

22.(.....)

Обчислити $\left|\frac{z_1-z_2+i}{z_1-iz_2}\right|$, якщо $z_1 = 2 + i$, $z_2 = 3 - i$.

1) – 1,4;
2) 0,2;
3) $\sqrt{2}$;
4) $-\operatorname{arctg}\frac{1}{7}$;
5) інша відповідь.

23.(.....)

Які з наступних підпросторів прямої гомеоморфні інтервалу (0, 1)? На прямій $\mathbb{R}$ задано природну топологію, породжену базою $\beta = \{(a,b): a,b \in \mathbb{R}\}$.

1) $\mathbb{R}$; 2) $[0, 1]$; 3) $(0, +\infty)$; 4) $(-\infty, 3]$.

24.(.....)

Розв'язати найпростішу задачу класичного варіаційного числення

$$\int_0^1 (y'^2 + 4y\,\mathrm{sh}\,x)dx \to extr, \quad y(0) = 0, y(1) = 2\,\mathrm{sh}1,$$

У поле відповідей записати $y(\ln 2)$.

25.(.....)

Нехай множина допустимих альтернатив $X = \mathbf{R}_+^2$ і система переваг споживача зображується функцією корисності $u(x) = \sqrt{x_1} + \sqrt{x_2}$, система цін $p = (1,2)$ і дохід $W = 216$. Знайти оптимальний рівень корисності v.